**数学家简介——詹姆斯•约瑟夫•西尔维斯特**

詹姆斯•约瑟夫•西尔维斯特（James Joseph Sylvester，1814年9月3日出生于伦敦，1897年3月15日逝世于伦敦，英语发音[ʤeɪmz ˈʤəʊzɪf sɪlˈvestə]）是一位英国数学家和律师．

西尔维斯特从1833年开始在剑桥大学圣约翰学院就读，但由于他是犹太人他没有毕业，但他参加了剑桥著名的数学考试并获第二名．1841年他短暂在美国逗留并成为弗吉尼亚大学的教授．此后他回到英国．

1877年西尔维斯特获得约翰斯•霍普金斯大学的一个职位再渡大西洋．1878年他创办了《美国数学杂志》，这是美国的第一部数学杂志．

1883年西尔维斯特最终回到英国，他被授命为牛津大学几何教授．1892年牛津大学又委派了一个他的副教授，但他到死占据着这个职位．

西尔维斯特尤其在哑微积上非常有造就．

1880年英国皇家学会授予西尔维斯特它对科学研究最高的奖章科普勒奖章．1901年它又为了纪念西尔维斯特设立了授予数学研究的西尔维斯特奖章．

约翰斯•霍普金斯大学今天有一座学生宿舍是以西尔维斯特命名的．

西尔维斯特出生在一个犹太人家庭．他的父亲亚伯拉罕•约瑟夫(Abraham Joseph)很早便去世了．他的母亲带着他们 9个孩子过着艰难的生活．西尔维斯特15岁时才开始上学，最初在一所犹太人的学校上小学，但不久因他拿了餐厅的一把餐刀，企图与一名惹他不愉快的学生斗殴而被开除．1829年西尔维斯特进入设在利物浦(Liverpool)的皇家学会(Royal Institution)的学校学习．在学习期间，因解决了美国抽彩承包人提出的一个排列问题而得到500美元的数学奖金．在学校他学习努力，成绩突出．但因他的犹太血统和信仰而使他经常受到排挤，因此他一度离开学校来到都柏林，后来在他的表舅法官R．基廷治(Keatinge)的帮助下，又返回学校继续学习．

1831年10月西尔维斯特进入剑桥大学圣约翰学院学习．1833年底因病在家休养，直到1836年1月．西尔维斯特在家与病魔作斗争的同时仍顽强自学，1837年1月他参加了学院的荣誉学位考试，名列第二．但因他拒绝签署英国教会的39条教规，而不能获得学位或竞争史密斯数学奖，也就不能获得该学院研究员的职位．于是他又去都柏林大学三一学院继续学习，1841年在那里获得硕士学位．

1838年，西尔维斯特受聘为伦敦大学学院的自然哲学教授，成为著名的数学家德•摩根(De Morgan)的同事．尽管他早期的论文都是关于光学以及流体和刚体运动方面的，但他在此期间很快将注意力转移到纯数学方面来，特别是对斯图姆(Sturm)函数的研究产生了浓厚的兴趣．1841年西尔维斯特到了美国，任弗吉尼亚(Virginia)大学教授，但时间不长，1843年又返回伦敦．他曾一度离开学术界，在权利与法律生活保险公司谋到一个统计员和秘书的低级职位．但他仍在业余给私人讲授数学，F．南丁格尔(Nightngale)就是他这期间的学生．1846年进入内殿(Inner Temple)法学协会，并于1850年取得律师资格．在这期间他和同时进入林肯法律学会(Lincoln’s Inn)的A．凯莱(Cayley)建立起了深厚的友谊．他们在从事法律业务的间隙，经常在一起交流数学研究的成果．

1854年，西尔维斯特曾谋求乌尔维希(woolwich)皇家陆军军宫学校数学教授和伦敦大学格雷沙姆(Gresham)学院的几何学教授的职位，但均遭失败．1855年乌尔维希皇家陆军军官学校的数学教授去世，于是西尔维斯特继任了这一职位，任期从1855年6月至1870年7月．在这期间，他还兼任《纯粹和应用数学季刊》(Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics)与《剑桥和都柏林数学杂志》(Cambridge and Dublin Mathematical Journal)的编辑，直到1877年．1863年他取代几何学家J．施泰纳(Steiner)成为法国科学院的数学通讯员(mathematics correspondent)．两年后他在伦敦大学国王学院发表了“关于代数方程虚根数目”(Concerning the number of imaginary roots of an algebraic equation)的论文，证明了牛顿符号法则的正确性．

1870年，西尔维斯特辞去在乌尔维希的职位，并且经过了一场在《时报》(Times)上的公开争论，获得了适当的退休金．1876年他61岁时又接受了美国物理学家J．亨利(Henry)的邀请到美国巴尔的摩(Baltimore)担任霍普金斯(Hopkins)大学的数学教授，在那里他讲授不变量理论，开创了美国纯数学的研究．1878年西尔维斯特在巴尔的摩创办了《美国数学杂志》(AmericanJournal of Mathematics)，这是美国历史上第一个数学杂志，他为这本杂志写了30篇论文，对美国大学的数学研究有很大的影响，推动了美国纯数学的研究．1883年他70岁时，被任命为牛津大学萨维尔(Savilian)几何学教授，于是他辞去霍普金斯大学的职位，回到伦敦．凭借着他的职位，也成为新学院(New College)的研究员．在这期间，西尔维斯特与J．哈蒙德(Haminond)合作研究反变(reciprocant)理论，并在数学杂志上发表了几篇有独到见解的论文．西尔维斯特于1894年80岁时退休，常住伦敦和汤布里奇威尔斯(Tunbridge Wells)．在他的晚年仍致力于数学的写作，在1896年和1897年初写出了关于复合分拆(Compound partitions)和哥德巴赫-欧拉猜想等论文． 1897年3月15日因中风瘫痪去世，享年83岁．死后葬于伦敦的戴尔斯顿(Ball’s Pond Dalston)犹太人公墓．

由于西尔维斯特对数学的贡献，他一生获得过许多荣誉．1861年获皇家勋章，1880年获科普利(Copiey)奖章，他还获得都柏林大学(1865)、爱丁堡大学(1871)、牛津大学(1880)和剑桥大学(1890)的名誉学位．1839年当选为皇家学会会员，1866年被选为伦敦数学学会的主席．

西尔维斯特一生致力于纯数学的研究，他和凯莱、W．R．哈密顿(Hamilton)等人一起开创了自I．牛顿(Newton)以来英国纯粹数学的一个繁荣局面．他的成就主要在代数方面，他同凯莱一起发展了行列式和矩阵的理论，共同奠定了不变量的理论基础．此外对代数方程论、数论等诸领域都有重要的贡献．

**代数方程**

西尔维斯特早期的著作，许多是关于方程论的研究．1839年他发表了第一篇这方面的论文，以后陆续发表了一些研究成果．西尔维斯特在对代数方程数值解的研究中，简化了斯图姆函数的表述并推广了斯图姆定理．瑞士数学家C．F．斯图姆(Sturm)在对代数方程根的讨论中，曾提出了著名的斯图姆定理．西尔维斯特对斯图姆定理进行了研究，发现了不需反复做多项式除法而得出斯图姆函数序列的一种较简单的方法，并把斯图姆定理的方法应用到两个独立函数f(x) 这两个方程的根以大小顺序排列时，它们相互穿插．

牛顿在研究代数方程根的个数中，曾提出了判定正根、负根和虚根个数的符号法则，但是没有给出证明，西尔维斯特于1865年给出了第一个严格的证明．1865年6月28日，西尔维斯特在伦敦大学国王学院的演讲(见The collected mathematical papers of James Joseph Sylvester， Vol．Ⅱ，pp．498—513)，详细阐述了他关于方程根的定理和证明．

**代数型**

19世纪中叶，西尔维斯特与凯莱等一批数学家开展了对代数型的研究．所谓代数型是指包含n个变元x1，x2，…，xn的m次齐次多项式f(x1，x2，…，xn)，最常见的是二次型．关于代数型的研究主要围绕着三个课题，一是对不变量的研究；二是二次型的化简；三是关于二次型正定性的判定．西尔维斯特在这三个方面都做出了重要的贡献．代数不变量的理论是由G．布尔(Boole)、凯莱和西尔维斯特共同创立的．西尔维斯特还发展了型的反变理论，弄清了正交变换、共变和皮变迭合，并且证明了由凯莱首先提出的在研究不变量理论方面有重要意义的凯莱数的存在性．西尔维斯特还与凯莱、S．H．阿隆霍尔德(Aronhold)一起系统地用线性微分算子来生成不变量和共变量．西尔维斯特在二次型的化简和创立标准形理论方面起了重要作用．在二次型化简的研究中西尔维斯特得到了两个二次型等价的充分必要条件是它们有相同的秩和相同的指数，相继得到的另一个重要结果就是著名的“惯性定律”(law of inertia)，即秩为r的一个实二次型可以通过非奇异的线性变换化成规范形．代数型的研究中，关于二次型正定性的判定是另一个重要课题，它具有重要的理论和实用价值．将二次型化为规范形来判定是方法之一，但是能否不用化简，只用二次型的系数进行判定．

**行列式和矩阵**

西尔维斯特在行列式和矩阵的理论和应用方面也做出了重要的贡献．他对行列式的应用开辟了许多新的领域，如前面所谈到的在对代数方程和二次型的研究中都利用了行列式这一工具．1851年，西尔维斯特在研究二次曲线和二次曲面切触和相交时，需要考虑二次曲线和二次曲面束的分类．他的分类方法引进了初等因子的概念．A+λB的行列式是λ的多项式，西尔维斯特证明了，如果|A+λB|的任一阶的全部子式有一个公共因子λ+ε，则当A和B经过一个线性变换同时变换以后，这个因子仍将是同阶子式组的公共因子．他还证明了如果全部i阶子式有因子(λ+ε)a，(i+h)阶子式将包含因子(λ＋ε)(h+1)a．对每个i，i阶子式的最大公因子Di(λ)中所出现的各线性因子的方幂是|A+λB|的或任何一般行列式A的初等因子．对每个i，Di(λ)被D1-1(λ)所除的商称为|A+λB|的不变因子．关于初等因子和不变因子的概念，1878年被德国数学家F．G．弗罗贝尼乌斯(Frobenius)引入矩阵，成为λ矩阵理论中的重要内容．在矩阵理论中，西尔维斯特另一个值得注意的结果是他的所谓零性律．设A，B是数域P上的两个n阶矩阵，A的秩为r1，B的秩为r2，AB的秩为R，则R≤r1，R≤r2，且R≥r1+r2-n．西尔维斯特把矩阵的阶数与秩的差叫做矩阵的“零性”，因此他对此定律的叙述为：“两个(而且可以推广为任意有限数目)矩阵乘积的零性不能比任意因子的零性小，也不能比组成这一乘积的因子的零性之和大”．这是在矩阵理论中关于矩阵乘积的秩的一个重要定理．

**数论**

西尔维斯特很早便对数字的理论感兴趣，发表了关于小于一个给定数并与给定数互素的数的乘积的漂亮定理．他对这个定理很得意，但后来发现在高斯的《算术探究》(Disquisitiones ari－thmeticae，1801)中已给出了这个定理．西尔维斯特还应用柯西的剩余理论引入了可数性的概念，并在欧拉关于联立线性不定方程正整数解的枚举问题的研究中增添了几个新的结果．特别值得一提的是他用图解的方法发展了整数的分拆理论．他用按顺序排列在矩形格点的结点表示数的分拆，如 9(5+3＋1)的分拆可表示为格中行的点，共轭分拆(3+2＋2＋1＋1)就可以表示为格中列的点，如下页图．这一表示方法提供了分拆理论中许多定理的证明方法或简化了证明过程．

西尔维斯特在数学方面的成就除了上面所述之外，在微分方程、椭圆函数和θ函数方面也做过一些有益的工作，并著有《椭圆函数论》(Treatise on elliptic functions，1876)一书．西尔维斯特出生在犹太家庭，虽然在大学学习期间就表现出了他的数学才华，学习成绩优异，但由于血统的关系，最初在英国并不受重用，有时甚至去做较低级的职员工作．但他仍不遗余力地为数学的发展贡献出全部心血．他一生共发表了三百多篇论文，为数学特别是纯粹数学的发展做出了重要的贡献，在近代数学发展史上占有一定的地位．他的数学论文收集在由剑桥大学出版的《詹姆士•约瑟夫•西尔维斯特数学论文集》(The collected mathematical papers of James Joseph Sylvester)，共4卷，由H．F．贝克(Baker)编辑．西尔维斯特具有丰富的想像力和创造精神，活泼、机敏，善于用火一般的热情介绍他的思想．他自称“数学亚当”，一生创造过许多数学名词，流传至今的如“矩阵”、“不变式”、“判别式”等都是他首先使用的．西尔维斯特除了对数学的研究之外，还是一位诗人，对音乐也有浓厚的兴趣，出版过《诗体法则》(Laws of verse， 1870)等著作．