

算术平均数的简捷算法

●山西工业管理学校 潘建军

在计算算术平均数时,有时由于被平均的标志值比较大,计算过程较繁杂,有必要采用简捷的方法来计算。下面分别介绍算术平均数的几种简捷计算方法。

一、减少法(用于单项式数列)

根据算术平均数的数学性质,如果对每个标志后都加减一个任意常数A,则算术平均数增减这个数。我们以 X_0 代替任意常数A,且对每个标志后都减去一个任意常数 X_0 。

由简单算术平均数的计算公式可变为:

$$\bar{X} = \frac{\sum (X - X_0)}{n} + X_0$$

加权算术平均数的计算公式可变为:

$$\bar{X} = \frac{\sum (X - X_0)f}{\sum f} + X_0 \text{ 或 } \bar{X} = \sum (X - X_0) \cdot \frac{f}{\sum f} + X_0$$

上面公式中 \bar{X} ——算术平均数

X ——各单位标志值(变量值);

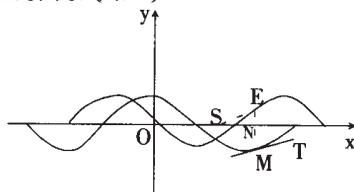
n ——总体的单位数(项数); \sum ——总和的符号;

f ——各组次数(权数) X_0 ——任意常数。

任意常数 X_0 称为假定平均数,它可以选用被平均数的各标志值的中间数,或接近实际平均数的整数,用各标志值减去假定平均数后的差数较小,从而简化计算平均数的过程。

例如:某机械厂180个工人对某种零件的生产情

数 $y = -\sin x$ 的图象(图六)



图六

当 $x_0 = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)时,过M点作X轴的平行线即为所求的切线,当 $x_0 \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)时,过M点作X轴的垂线交于X轴于N点、交曲线 $y = -\sin x$ 于E点,在N点的左侧取一点S使 $SN=1$ 。连结SE,过M点作MT平行于SE,则MT为所求的切线。这是因为点E ($x_0, -\sin x_0$),而

$$K_{MT} = K_{SE} = \frac{NE}{SN} = NE = -\sin x_0 = y'|_{x=x_0} \text{ 的缘故。}$$

通过此种画法还可以作多种曲线。比如 $y = A \cos x$ ($A \neq 0$) $y = A \sin x$ ($A \neq 0$) $y = \sin \omega x$ ($\omega \neq 0$)等,锻炼学生举一反三能力。

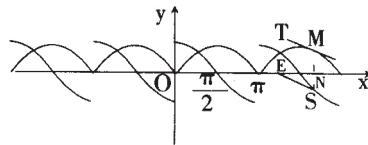
六、曲线 $y = |\sin x|$ 上一点 $M(x_0, y_0)$ 处切线的画法

设 $f(x) = |\sin x|$

$$= \begin{cases} \sin x & 2k\pi \leq x < (2k+1)\pi & k \in \mathbb{Z} \\ -\sin x & (2k+1)\pi \leq x < 2(k+1)\pi & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

在同一坐标系中作曲线 $g(x)$

$= \begin{cases} \cos x & 2k\pi \leq x < (2k+1)\pi & k \in \mathbb{Z} \\ -\cos x & (2k+1)\pi \leq x < 2(k+1)\pi & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ 的图象(图七)



图七

当 $x_0 = k\pi + \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$)时,只要过M点作平行于X轴的直线即为所求的切线。

当 $x_0 = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)时,在M点处没有切线,这是因为:

$f(x) = |\sin x|$ 的左导数 $f'_-(k\pi) \neq f'_+(k\pi)$, 故 $f'(k\pi)$ 不存在。

当 $x_0 \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$ 时,过M点作X轴的垂线交X轴于N点、交曲线 $g(x)$ 于S点,在N点的左侧取一点E,命名得 $EN=1$,连结ES,再过M点作ES的平行线MT,则直线MT为所求的切线。这是因为:如果 $2k\pi < x_0 < (2k+1)\pi$ (k 为整数)时 $E(x_0 - 1, 0)$, $S(x_0, -\cos x_0)$, $K_{MT} = K_{ES} =$

$$\frac{-\cos x_0 - 0}{x_0 - (x_0 - 1)} = -\cos x_0 = y'|_{x=x_0} \quad (\text{责任编辑 刘永庆})$$

况如表1-1 :

日产量(件) X	工人人数 f	X-X ₀ (X ₀ =17)	(X-X ₀)f
15	10	-2	-20
16	20	-1	-20
17	30	0	0
18	50	+1	+50
19	40	+2	+80
20	30	+3	+90
合计	180	—	+180

假定平均数为17件,即X₀=17简捷计算算术平均数的具体方法如表1-1

$$\bar{X} = \frac{\sum (X-X_0)f}{\sum f} + X_0 = \frac{180}{18} + 17 = 18 \text{件}$$

通过上例,可以看出计算算术平均数的方法简捷且计算结果与算术平均数的一般方法完全相同。

二、缩小法(用于等距数列)

在等距分组的情况下,根据算术平均数的数学性质:如果对每个标志都乘以或除以一个任意常数A,则平均数扩大或缩小A倍。以d代替任意常数A,并结合第一种简捷对标志值除以任意常数d。

则,简标平均数的公式可变为:

$$\bar{X} = \frac{\sum (X-X_0)f}{\sum f} \times d + X_0$$

上式中字母的含义和第一种简捷法公式中字母的含义相同。

例如:某企业职工日产量与组数列资料如表1-2:

日产量 (kg)	组中值 X	工人 人数 f	$\frac{X-X_0}{d}$ (X ₀ =45 d=10)	$\frac{X-X_0}{d} \times f$
20-30	25	10	-2	-20
30-40	35	70	-1	-70
40-50	45	90	0	0
50-60	55	50	+1	50

$$\bar{X} = \frac{\sum (X-X_0)f}{\sum f} \times d + X_0 = \frac{-80}{200} \times 10 + 45 = 42 \text{ (kg)}$$

计算结果与一般加数算术平均数的结果完全相同,但计算过程比较简单。

三、ABCDE法(用于等距数列)

ABCDE法就是在分组数列中首先选取中间一项的累计数为零,进行第一次累计;其次在第一次选取累计数为零的组的前后组再令其累计数为零,进行第二次累计。取得A、B、C、D、E五个数值,再根据计算公式计算平均数。

$$\bar{X} = \frac{A+B-C-D}{\sum f} \times d + X_0$$

式中 d——为等距数列的组距

X₀——第一次令累计数为零的组的组中值。

根据以上方法也可以对标准差σ的计算方法进行

简捷计算。

$$\sigma = \sqrt{\frac{A+B+C+D+2E}{\sum f} - \frac{A+B-C-D}{\sum f}^2} \times d$$

例如:某市对家庭按收入水平与组资料如表1-3:

收入(元)	家庭	第一次累计	第二次累计
500-600	240	240	240
600-700	480	720	960=C
700-800	1050	1770=D	0
800-900	600	0	0
900-1000	270	630=A	540=B
1000-1100	210	380	540=B
1100-1200	30	30	30
1200-1300	30	30	30
合计	3000	—	1950=E

根据上表计算得出:

$$A=630 \quad B=540 \quad C=960 \quad D=1770 \quad E=1950$$

$$\bar{X} = \frac{A+B-C-D}{\sum f} \times d + X_0 = \frac{630+540-960-1770}{3000} \times 100 + 850 = 798 \text{ (元)}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{A+B+C+D+2E}{\sum f} - \frac{A+B-C-D}{\sum f}^2} \times d = \sqrt{\frac{630+540+960+1770+2 \times 1950}{3000} - \frac{630+540-960-1770}{3000}^2} \times 100 = 152.63 \text{ (元)}$$

计算方法比一般计算方法简捷,且计算结果相同。

四、计算器法

用计算器可以直接计算出算术平均数和标准差。以SHARP计算器为例,具体操作方法如下:

1. 打开计算器

2. 进入统计计算程序

先按第二功能键2ndF,然后再按STAT键,屏幕上显示“-”或“STAT”就进入了统计的计算程序。

3. 输入数据

具体操作方法以表1-1为例

按15×10 再按DATA键,显示10

按15×20 再按DATA键,显示30

以此类推直到输完数据为止,最后屏幕上显示数为18

4. \bar{X} 、σ 的数值

\bar{X} 的数值按 $\overline{X} \rightarrow M_1$ 键 $\bar{X}=18$

σ的数值先按2dnF键再按RM键为例σ=1.414

5. 退出统计计算程序

先按2dnF键再按STAT键

(责任编辑 刘永庆)