**2006099C[1] 第一章拓展资源**

**21. 一个逻辑学家误入某部落，被拘于牢狱，头领意欲放行，他对逻辑学家说：“今有两门，一为自由，一为死亡，你可任意开启一门。为协助你出门上，今加派两名兵士负责解答你提出的问题。只不过是，此两人中一人天性诚实，一人说谎成性，今后生死由你自己选择。”逻辑学家深思片刻，即向其中一人发问，然后开门从容离去。请问该逻辑学家应如何发问？**

（问题分析：关键在于问题的构思。因为逻辑学家并不知道他发问的对象是诚实的还是说谎成性。他要能根据被问者的回答决定答案，而不必清楚被问者的品德。）

答：

逻辑学家手指一门问那人说：“这扇门是死亡门，他将（指另一人）将回答’是’，对吗？

不管被问者是诚实的还是不诚实的，当被问者答“对”时，则所指的门一定是自由门；而当被问者答“不对”时，则所指的门一定是死亡门。

为什么呢？

当被问者答“对”时，若被问者是诚实的（另一人一定说谎成性），则另一人对“这扇门是死亡门”将回答“是”。由于另一人不诚实，故所指门不是死亡门。若被问者说谎（另一人是诚实的），则另一人对“这扇门是死亡门”将回答“不是”。从而所指门不是死亡门。

当被问者答“不对”时，若被问者是诚实的（另一人说谎成性），则另一人对“这扇门是死亡门”将回答“不是”。由于另一人不诚实，故所指门是死亡门。若被问者说谎（另一人是诚实的），则另一人对“这扇门是死亡门”将回答“是”。从而所指门是死亡门。

由此可见，逻辑学家的问题提得非常好，不管他发问的是诚实的还是不诚实的，他都可以根据被问者的回答从容开启自由门离去。

**22. 这是著名物理学家爱因斯坦出过的一道题：一个土耳其商人，想找一个十分聪明的助手协助他经商。有两个人前来应聘，这个商人为了试一试哪一个聪明些，就把两个人带进一间漆黑的屋子里。他打开电灯，并告诉他们：“这张桌子上有五顶帽子，两顶是红色的，三顶是黑色的。现在，我把灯关掉，而且把帽子摆的位置弄乱，然后我们三个人每人摸一顶帽子戴在头上，在我开灯后，请你们尽快地说出自己头上戴的帽子是什么颜色的。”说完之后，商人将电灯关掉，然后三人都摸了一顶帽子戴在头上，同时商人将余下的两顶帽子藏了起来，接着把电灯打开。这时，那两个应试者看到商人头上戴的是一顶红帽子。过了一会儿，其中一个人便喊道：“我戴的是黑帽子。”**

**请问这个人猜得对吗？是怎么推导出来的？**

答：

这个人猜得对。 设P：猜对的人戴红帽子；¬P表示“猜对的人戴黑帽子”；Q：“另一个人戴红帽子”；¬Q表示“另一个人戴黑帽子”；R：商人戴红帽子。

由题意，商人头上戴的是红帽子，故R为真。又由于另一个人没有作出断定，即不知道他自己戴的是红帽子还是黑帽子，所以他看到的情形肯定是不能帮助他作出判断的。根据题设条件，可有下列判断：

(P∧R)→¬Q：如果商人和猜对的人戴的都是红帽子，那么另一个戴的就是黑帽子，因为红帽子只有两顶；

(Q∧R)→¬P：如果商人和另一个戴的都是红帽子，那么猜对的人戴的就是黑帽子。

由此可见，只要条件允许，这两个人都能作出正确的判断。

猜对的人的思路可以按如下方式进行：如果他戴的是红帽子，即P为T，则

（1） P

（2） R

（3） P∧R

（4） (P∧R)→¬Q

（5） ¬Q

即另一个人可以判断出他戴的是黑帽子。而他没有作出决定，故猜对的人一定戴的是黑帽子。

**23. 系统规范（System Specification）**

系统和软件工程师在作需求分析时，为了做到精确而无二义，常常需要把用自然语言表达的需求转换成逻辑表达式，这就是系统规范。为了能开发出一个满足所有系统规范的硬件或软件系统，要求这些系统规范是相容的，即不含能够推导出逻辑矛盾的需求。

判断下列系统规范是否相容：

“The diagnostic message is stored in the buffer or it is retransmitted.”

“The diagnostic message is not stored in the buffer.”

“If the diagnostic message is stored in the buffer, then it is retransmitted.”

为了判断这三个规格是否相容，我们首先进行命题符号化。让P: The diagnostic message is stored in the buffer，Q: The diagnostic message retransmitted. 则这三个规格可表示成：P∨Q，¬P，P→Q。如果能找出一个真值指派，使这三个命题公式同时为真，这三个系统规范就是相容的。

我们能够找到一个指派：P为F，Q为T，使得这三个规格同时为真，所以这三个系统规范是相容的。

但如果在这三个系统规范之外再加上一个规范：

“The diagnostic message is not retransmitted.”

则符号化后得到四个命题公式P∨Q，¬P，P→Q，¬Q。这时所有的四个真值指派都不能使这四个命题公式同时为真，所以这四个系统规范是不相容的。

**24. Web搜索**

命题联结词广泛用于各种搜索。当用户在搜索时输入多个关键字时，缺省的情况下用的是命题逻辑“或”操作，表示要找的网页中至少含有其中的一个关键字。如果要求找到的网页中不包含某个关键字，则多数搜索引擎要求用户在关键字前面加上“-”号，这就是命题逻辑“否定”操作。如果需要找出同时含有几个关键关键字的网页，则多数搜索引擎需要用户在关键字之间加上“+”，这就是命题逻辑“与”操作。有些搜索引擎的高级查询功能还允许用户输入命题表达式，实现更复杂的搜索。如用户输入“(discrete OR continuous) AND mathematics”时，就会找出同时包含“discrete mathematics”或“continuous mathematics”的网页。

**25.** **莱布尼兹（Gottfried Wilhelm Leibniz）**

莱布尼兹（德国哲学家、数学家，1646～1716），于德国东部[莱比锡](http://baike.baidu.com/view/51577.htm)的一个书香之家，[德国](http://baike.baidu.com/view/3762.htm)最重要的[自然科学](http://baike.baidu.com/view/10445.htm)家、[数学](http://baike.baidu.com/view/1284.htm)家、[物理学](http://baike.baidu.com/view/15707.htm)家、历史学家和[哲学](http://baike.baidu.com/view/3330.htm)家，一位举世罕见的科学天才，和[牛顿](http://baike.baidu.com/view/1511.htm)同为[微积分](http://baike.baidu.com/view/3139.htm)的创建人。他的研究成果还遍及[力学](http://baike.baidu.com/view/34946.htm)、逻辑学、化学、[地理学](http://baike.baidu.com/view/35670.htm)、解剖学、[动物学](http://baike.baidu.com/view/21499.htm)、植物学、气体学、[航海学](http://baike.baidu.com/view/136128.htm)、地质学、语言学、[法学](http://baike.baidu.com/view/37354.htm)、哲学、历史、外交等等，“世界上没有两片完全相同的树叶”就是出自他之口，他还是最早研究中国文化和中国哲学的德国人，对丰富人类的科学知识宝库做出了不可磨灭的贡献。然而，由于他创建了微积分，并精心设计了非常巧妙简洁的微积分符号，从而使他以伟大数学家的称号闻名于世。

1661年，15岁的莱布尼茨进入莱比锡大学学习法律，在听了教授讲授的[欧几里得](http://baike.baidu.com/view/5841.htm)的《几何原本》的课程后，莱布尼茨对数学产生了浓厚的兴趣。1665年，莱布尼茨向[莱比锡大学](http://baike.baidu.com/view/201946.htm)提交了[博士论文](http://baike.baidu.com/view/197043.htm)《论身份》，1666年，审查委员会以他太年轻（年仅20岁）而拒绝授予他法学博士学位，[黑格尔](http://baike.baidu.com/view/3861.htm)认为，这可能是由于莱布尼茨哲学见解太多，审查论文的教授们看到他大力研究哲学，心里很不乐意。他对此很气愤，于是毅然离开莱比锡，前往[纽伦堡](http://baike.baidu.com/view/8027.htm)附近的阿尔特多夫大学，并立即向学校提交了早已准备好的那篇博士论文，1667年2月，阿尔特多夫大学授予他法学博士学位，还聘请他为法学教授。

这一年，莱布尼茨发表了他的第一篇数学论文《[论组合的艺术](http://baike.baidu.com/view/1267780.htm)》。这是一篇关于[数理逻辑](http://baike.baidu.com/view/45218.htm)的文章，其基本思想是想把理论的真理性论证归结于一种计算的结果。这篇论文虽不够成熟，但却闪耀着[创新的智慧](http://baike.baidu.com/view/3233735.htm)和数学的才华，后来的一系列工作使他成为数理逻辑的创始人。

莱布尼兹是数字史上最伟大的符号学者之一，堪称符号大师。他曾说：“要发明，就要挑选恰当的符号，要做到这一点，就要用含义简明的少量符号来表达和比较忠实地描绘事物的内在本质，从而最大限度地减少人的思维劳动”，正象印度——阿拉伯的数学促进了算术和代数发展一样，莱布尼兹所创造的这些数学符号对微积分的发展起了很大的促进作用。欧洲大陆的数学得以迅速发展， 莱布尼兹的巧妙符号功不可没。除积分、微分符号外，他创设的符号还有商“a/b”，比“a:b”，相似“∽”，等“≌”、并“∪”、交“∩”以及函数和行列式等符号。

1673年莱布尼茨特地到巴黎去制造了一个能进行加、减、乘、除及开方运算的计算机。这是继帕斯卡加法机后，计算工具的又一进步。帕斯卡逝世后，莱布尼茨发现了一篇由帕斯卡亲自撰写的“加法器”[论文](http://baike.baidu.com/view/3851.htm)，勾起了他强烈的发明[欲望](http://baike.baidu.com/view/7160.htm)，决心把这种机器的功能扩大为乘除运算。莱布尼茨早年历经坎坷。在获得了一次出使法国的机会后，为实现制造计算机的夙愿创造了契机。

在巴黎，莱布尼茨聘请到一些著名机械专家和能工巧匠协助工作，终于在1674年造出一台更完善的[机械计算机](http://baike.baidu.com/view/1173581.htm)。莱布尼茨发明的机器叫“乘法器” ，约1米长，内部安装了一系列齿轮机构，除了体积较大之外，基本原理继承于帕斯卡。不过，莱布尼茨为计算机增添了一种名叫“步进轮”的装置。步进轮是一个有9个齿的长[圆柱](http://baike.baidu.com/view/449736.htm)体，9个齿依次分布于圆柱表面；旁边另有个小齿轮可以沿着轴向移动，以便逐次与步进轮啮合。每当小齿轮转动一圈，步进轮可根据它与小齿轮啮合的齿数，分别转动1/10、2/10圈……，直到9/10圈，这样一来，它就能够连续重复地做加减法，在转动手柄的过程中，使这种重复加减转变为乘除运算。

莱布尼茨对计算机的贡献不仅在于乘法器，公元1700年左右，莱布尼茨从一位友人送给他的中国“易图”（[八卦](http://baike.baidu.com/view/4881.htm)）里受到启发，最终悟出了[二进制](http://baike.baidu.com/view/18536.htm)数之真谛。虽然莱布尼茨的乘法器仍然采用十进制，但他率先为计算机的设计，系统提出了二进制的运算法则，为计算机的现代发展奠定了坚实的基础。

莱布尼兹还被认为是数理逻辑的创始人。他认为：“我们要造成这样的一个结果，使所有推理的错误都只成为计算的错误，这样，当争论发生的时候，两个哲学家同两个计算家一样，用不着辩论，只要把笔拿在手里，并在算盘面前坐下，两个人面面相觑地说：让我们来计算一下吧！”莱布尼兹创建数理逻辑的两点指导思想是：1）理想演算：继承了思维可以计算的思想，提出建立理性演算的设想，这种理想演算也称为“通用代数”或“数理逻辑”。他提出将推理的正确性化归于计算，这种演算能使人们的推理不依赖于对推理过程中的命题的含义内容的思考，将推理的规则变为演算的规则。2）普遍语言：使用一种符号语言来代替自然语言对演算进行描述，将符号的形式和其含义分开。使得演算从很大程度上取决与符号的组合规律，而与其含义无关。

**26.** **德. 摩根（Augustus De Morgan）和德. 摩根律**

德. 摩根（英国数学家，1806～1871），生于印度马德拉斯管辖区。其父在东印度公司工作。德·摩根七个月大时，举家迁回英国。十岁时，父亲去世，她母亲带他搬到英国西部。其数学才华一直未被发现，直至十四岁时，一位家庭的朋友意外发现他精心绘制的尺规作图。德·摩根有一目失明。于是他求学时期没有参与任何体育活动，因此被同学取笑。1823年，16岁的他进入剑桥大学三一学院，在那里对代数和逻辑有了非常大的兴趣。1827年毕业于[剑桥大学](http://baike.baidu.com/view/13714.htm)三一学院，1828年，任[伦敦大学](http://baike.baidu.com/view/37207.htm)学院数学教授一职，1865年，他积极筹备伦敦数学会，1866年担任任第一任会长。

德. 摩根主要在[分析学](http://baike.baidu.com/view/1611825.htm)、[代数学](http://baike.baidu.com/view/556393.htm)、[数学](http://baike.baidu.com/view/1284.htm)史及[逻辑学](http://baike.baidu.com/view/2958.htm)等方面作出了重要的贡献。他的工作对当时19世纪的数学具有相当的影响力。1848年他首次为数学归纳法给出了清晰的解释，并引入了这个名称。德摩根还是著名的地图四色猜想的传播者。在逻辑学方面，他发展了一套适合推理的符号，并首创关系逻辑的研究。他提出了论域概念，并以代数的方法研究逻辑的演算，建立出著名的德摩根定律。这亦成为后来[布尔代数](http://baike.baidu.com/view/27896.htm)的先声。

德. 摩根定理意味着在[命题逻辑](http://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%91%BD%E9%A2%98%E9%80%BB%E8%BE%91)中存在着下面这些关系：

非（P 且 Q）=（非 P）或（非 Q）

非（P 或 Q）=（非 P）且（非 Q）

形式逻辑中此定律表达为：¬(P∧Q) ⇔ ¬P∨¬Q，¬(P∨Q) ⇔ ¬P∧¬Q。在集合论中：(A∪B)c=Ac∩Bc，(A∩B)c=Ac∪Bc。

**27.** **乔治.布尔（George Boole）和布尔代数**

关于信息技术，人们经常会提到被称为计算机之父的美籍匈牙利人冯.诺伊曼，他在二十世纪四十年代提出的存储程序概念直到今天仍然作为计算机工作的基础；此外还有图灵，甚至是巴贝奇等人。然而，如果没有布尔代数为计算机设计奠定数学基础，计算机的硬件是设计不出来的，没有硬件的支持，冯.诺伊曼的存储程序概念就无法实施。从这个意义上来看，在十九世纪创设布尔代数的乔治.布尔为今天的计算机发展也做出了巨大的贡献，可以说乔治.布尔是现代信息技术在数学基础方面的奠基者。

乔治.布尔（英国数学家、哲学家，1815～1864）是一个制鞋匠的儿子，生于英格兰的林肯郡。由于家境贫寒，布尔不得不在协助养家的同时为自己能受教育而奋斗，不管怎么说，他成了19世纪最重要的数学家之一。尽管他考虑过以牧师为业，但最终还是决定从教，而且不久就开办了自己的学校。在备课的时候，布尔不满意当时的数学课本，便决定阅读伟大数学家的论文。1848年，布尔出版了《The Mathematical Analysis of Logic》，这是它对符号逻辑诸多贡献中的第一次。1849年，他被任命位于爱尔兰科克的皇后学院的数学教授。1854年，他出版了《The Laws of Thought》，这是他最著名的著作。在这本书中布尔介绍了现在以他的名字命名的[布尔代数](http://baike.baidu.com/view/27896.htm)。布尔还撰写了微分方程和差分方程的课本，这些课本在英国一直使用到19世纪末。由于其在符号逻辑运算中的特殊贡献，很多计算机语言中将逻辑运算称为布尔运算，将其结果称为布尔值。

布尔确信符号化会使逻辑变得严密。布尔在1847 年发表的《逻辑学的数学分析》一书中，初步建立了布尔代数，并创造一套符号系统，利用符号来表示逻辑中的各种概念。布尔建立了一系列的运算法则，利用代数的方法研究逻辑问题，初步奠定了数理逻辑的基础。而1854 年的《思维规律》一书对此理论进一步完善。

1938 年美国的信息论之父克劳德.香农在他的硕士论文中引用布尔代数来实现开关电路，他把布尔代数发展成为适合设计、分析开关电路的形式，在技术领域, 特别是自动控制、电子计算机的逻辑设计方面开创了新的前景，引起了人们的重视。事实上, 所有的数学和逻辑运算，加、减、乘、除、乘方、开方等等，全部能转换成二值的布尔运算。

随着布尔代数在自动化技术、电话转接和计算机工程等方面的广泛应用，布尔代数也得到充分的发展。

**28. 戈特洛布**.**弗雷格（**Gottlob Frege**）**

对现代数理逻辑贡献最大的是德国耶拿大学教授、数学家弗雷格。戈特洛布.弗雷格（德国数学家、逻辑学家和哲学家，1848～1925）生于德国一个远离德国政治中心的小商业城镇维斯马。是数理逻辑和分析哲学的奠基人。1869年，雷格到耶拿大学就读。当时弗雷格就把数学作为自己的主要兴趣，后来又到格丁根大学继续深造。弗雷格在格丁根大学获得博士学位之后，又回到耶拿大学，弗雷格在耶拿大学执教40余年，一直致力于数学基础、数学哲学和逻辑理论的研究。

他使自高斯（Gauss）以来所建立的数学体系更精确和完善，确立了算术演算的基本规则。他首次提供了现代意义下的数理逻辑的一个体系，因而成为数理逻辑的奠基人。他提出数学可以化归为逻辑的思想，成为逻辑主义的创始人。弗雷格把数学中的函数概念引入逻辑演算，从而建立了量词的理论。弗雷格在逻辑史上第一次提出了一个包含量词、变元、否定、蕴涵、同一等概念的初步自足的新逻辑演算系统，即完备的命题演算和一阶谓词演算。

**29. 皮亚诺（Giuseppe Peano）**

皮亚诺（意大利数学家，1858～1932）生于皮埃蒙特的农村。他们家以耕作为生，虽处在文盲充斥的农村，但皮亚诺的父母有见识且很开朗，让子女都接受教育。1876年高中毕业，因成绩优异获得奖学金，进入都灵大学读书。他先读工程学，在修完两年物理与数学之后，决定专攻纯数学。1884年任都灵大学微积分学讲师。1890年12月经过正规竞争，皮亚诺成为都灵大学的临时性教授，1895年成为正教授，他一直在都灵大学教书，直到去世。

他一生致力于发展布尔所创始的符号逻辑系统。他作为符号逻辑的先驱和公理化方法的推行人而著名。1891年皮亚诺创建了《数学杂志》，并在这个杂志上用数理逻辑符号写下了一组[自然数](http://baike.baidu.com/view/19911.htm)公理，且证明了它们的独立性。皮亚诺的《数学公式汇编》共有5卷，1895－1908年出版，仅第五卷就含有4200条公式和定理，有许多还给出了证明，书中有丰富的历史与文献信息，有人称它为“无穷的数学矿藏”。皮亚诺引入并推广了“测度”的概念。皮亚诺认为自己最重要的工作在分析方面。1883年他给出了定积分的一个新定义，这是设法使积分定义摆脱极限概念所做的努力。1893年，皮亚诺发表了《无穷小分析教程》，被德国的数学百科全书列在“自欧拉和柯西时代以来最重要的19本微积分教科书”之中。皮亚诺撰写的《数学百科全书》有很多引人注目的地方。例如对微分中值定理的推广；多变量函数一致连续性的判定定理；隐函数存在定理以及其可微性定理的证明；部分可微但整体不可微的函数的例子；多变元函数[泰勒](http://baike.baidu.com/view/51376.htm)展开的条件；当时流行的极小理论的反例等。

1889年他出版了《几何原理的逻辑表述》一书，书中他把符号逻辑用来作为数学的基础，这工作在二十多年后为怀特黑德所继续。皮亚诺由未定义的概念“零”，“数”，及“后继数”出发建立公理系统。

**30. 伯特兰·罗素（Bertrand Russell）**

罗素（英国哲学家、[数学家](http://baike.baidu.com/view/66878.htm)、[逻辑学家](http://baike.baidu.com/view/68562.htm)、[历史学家](http://baike.baidu.com/view/66865.htm)，[无神论](http://baike.baidu.com/view/37340.htm)或者[不可知论](http://baike.baidu.com/view/27172.htm)者，1872～197生于英国[辉格党](http://baike.baidu.com/view/66089.htm)贵族世家。其祖父[约翰·罗素](http://baike.baidu.com/view/1050044.htm)勋爵在维多利亚时代两度出任首相，并获封伯爵爵位。罗素4岁时失去双亲，由祖母抚养。他的祖母在道德方面要求极为严格，精神上无所畏惧，敢于蔑视习俗，曾将“不可随众行恶”（出自圣经旧约·出埃及记23:2）题赠给罗素，这句话成为罗素一生的座右铭。

罗素也被认为是与[弗雷格](http://baike.baidu.com/view/232696.htm)、[维特根斯坦](http://baike.baidu.com/view/71546.htm)和[怀特海](http://baike.baidu.com/view/144781.htm)一同创建了[分析哲学](http://baike.baidu.com/view/8162.htm)。他与[怀特海](http://baike.baidu.com/view/144781.htm)合著的《[数学原理](http://baike.baidu.com/view/449610.htm)》对逻辑学、数学、集合论、[语言学](http://baike.baidu.com/view/9995.htm)和分析哲学有着巨大影响。1950年，罗素获得[诺贝尔文学奖](http://baike.baidu.com/view/30507.htm)，以表彰其“多样且重要的作品，持续不断的追求[人道主义](http://baike.baidu.com/view/80813.htm)理想和思想自由”。

罗素在青少年时期先后对[数学](http://baike.baidu.com/view/1284.htm)，历史和文学感兴趣。11岁时他的哥哥教给他欧氏几何学，从此数学成为他一生的爱好。1890年，罗素考入[剑桥大学](http://baike.baidu.com/view/13714.htm)三一学院，学习数学、[哲学](http://baike.baidu.com/view/3330.htm)和经济学。罗素于1893年获得数学学位。1900年7月，罗素在巴黎国际哲学会议上遇到了[意大利](http://baike.baidu.com/view/3784.htm)逻辑学家[皮亚诺](http://baike.baidu.com/view/454509.htm)，在皮亚诺的数学逻辑系统中找到他多年来所寻求的“用于逻辑分析的工具”，从而使他在实现把数学还原为逻辑的技术可能性上打开了眼界。罗素对皮亚诺的技术进行改进，而后转到分析数学基本概念工作上。在几个月里，他处于智力上的巅峰状态，灵感有如泉涌，每天都有新的发现和新的收获。罗素于该年底完成《数学的原理》（The Principies of Mathematics）的初稿，经过仔细修改于1903年出版，这部著作至今依然是[数学基础](http://baike.baidu.com/view/295746.htm)研究发展史上的一个里程碑。在这之后，罗素和怀特海合作撰写《数学原理》（Principia Mathematica)。罗素主要负责哲学方面内容，怀特海主要负责数学方面内容，他们相互交换草稿，共同订正。其工作的巨大成果分为三大卷分别于1910、1912和1913年出版。这部著作是20世纪科学的重大成果，被誉为是“人类心灵的最高成就之一”，为罗素赢得了学术上的崇高地位和荣誉。

罗素的才华不仅超群，而且像他这个人一样多彩。按照中国的说法叫做“多才多艺”。罗素同时是伟大的数学家、逻辑学家、哲学家和文学家以及社会评论家，严格说来，作为数学——逻辑学家的罗素比作为哲学家的罗素要重要得多，他在数学——逻辑上的成就几乎是划时代的，他是数学中“逻辑派”的领袖，尽管他的一个基本看法——数学可以完全由现代逻辑来说明——现在看来非常可能是错误的。罗素的文字有一种恐怕想学也学不来的幽默机智，堪称典范，他获得诺贝尔文学奖大概可以证明这一点。