**![2006099C[1]]() 第一章拓展资源**

**31. 王浩**

王浩（美籍华裔[哲学](http://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%93%B2%E5%AD%B8)家、[数理逻辑](http://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%95%B8%E7%90%86%E9%82%8F%E8%BC%AF)学家，1921～1995年），生于山东省济南市．1939年进入西南联大数学系学习，1943年获学士学位后又入清华大学研究生院哲学部学习，师从著名[逻辑学家](http://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%80%BB%E8%BE%91%E5%AD%A6%E5%AE%B6)[金岳霖](http://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%87%91%E5%B2%B3%E9%9C%96)。[1948年](http://zh.wikipedia.org/wiki/1948%E5%B9%B4)[哈佛大学](http://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%93%88%E4%BD%9B%E5%A4%A7%E5%AD%B8)[逻辑学](http://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%82%8F%E8%BC%AF%E5%AD%B8)博士毕业，同年成为哈佛的副教授。[1950年代](http://zh.wikipedia.org/wiki/1950%E5%B9%B4%E4%BB%A3)初，随[保罗·伯奈斯](http://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E4%BF%9D%E7%BE%85%C2%B7%E4%BC%AF%E5%A5%88%E6%96%AF&action=edit&redlink=1)在[苏黎世](http://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%98%87%E9%BB%8E%E4%B8%96)学习。[1956年](http://zh.wikipedia.org/wiki/1956%E5%B9%B4)获荐为牛津大学Reader in the Philosophy of Mathematics。1959年，王浩在IBM704计算机上用九分钟计算时间，证明了[罗素](http://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%BD%97%E7%B4%A0)、[怀特海](http://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%80%80%E7%89%B9%E6%B5%B7)所著《[数学原理](http://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E6%95%B0%E5%AD%A6%E5%8E%9F%E7%90%86&action=edit&redlink=1)》中数百余条[数理逻辑](http://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%95%B0%E7%90%86%E9%80%BB%E8%BE%91)定理；因此在1983年荣获首届证明自动化奖。[1961年](http://zh.wikipedia.org/wiki/1961%E5%B9%B4)成为哈佛的数理逻辑和应用数学的Gordon MacKay教授。[1967年](http://zh.wikipedia.org/wiki/1967%E5%B9%B4)至[1991年](http://zh.wikipedia.org/wiki/1991%E5%B9%B4)，领导[洛克斐勒大学](http://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%B4%9B%E5%85%8B%E6%96%90%E5%8B%92%E5%A4%A7%E5%AD%B8)的逻辑学小组，并当该校的教授。

l953年起，王浩开始计算机理论与机器证明的研究。因为他敏锐地感觉到被认为过分讲究形式的精确，十分繁琐而无任何实际用处的数理逻辑可以在计算机领域发挥极好的作用。

王浩在1983年美国丹佛召开的，由人工智能国际联合会会议（International Joint Confernceon Artificial Intelligence）和美国数学会共同主办的自动定理证明（Automated Theorem Proving）特别年会上，王浩被表彰他在数学定理机械证明研究领域中所作的开创性贡献。

**32. 如何学习《离散数学》？**

**答**：

首先要明确的是，由于《离散数学》是一门数学课，且是由几个数学分支综合在一起的，内容繁多，非常抽象，因此即使是数学系的学生学起来都会倍感困难，对计算科学专业的学生来说就更是如此。大家普遍反映这是大学四年最难学的一门课之一。但鉴于《离散数学》在计算科学中的重要性，这是一门必须牢牢掌握的课程。既然如此，在学习《离散数学》时，大家最应该牢记的是唐诗“熟读唐诗三百首，不会做诗也会吟。”学习过程是一个扎扎实实积累的过程，不能打马虎眼。离散数学是理论性较强的学科，学习离散数学的关键是对离散数学（集合论、数理逻辑和图论）有关基本概念的准确掌握，对基本原理及基本运算的运用，并要多做练习。

《离散数学》的特点是：1）知识点集中，概念和定理多：《离散数学》是建立在大量概念之上的逻辑推理学科，概念的理解是我们学习这门学科的核心。不管哪本离散数学教材，都会在每一章节列出若干定义和定理，接着就是这些定义定理的直接应用。掌握、理解和运用这些概念和定理是学好这门课的关键。要特别注意概念之间的联系，而描述这些联系的则是定理和性质。2）方法性强：离散数学的特点是抽象思维能力的要求较高。通过对它的学习，能大大提高我们本身的逻辑推理能力、抽象思维能力和形式化思维能力，从而今后在学习任何一门计算机科学的专业主干课程时，都不会遇上任何思维理解上的困难。《离散数学》的证明题多，不同的题型会需要不同的证明方法（如直接证明法、反证法、归纳法、构造性证明法），同一个题也可能有几种方法。但是《离散数学》证明题的方法性是很强的，如果知道一道题用什么方法讲明，则很容易可以证出来，否则就会事倍功半。因此在平时的学习中，要勤于思考，对于同一个问题，尽可能多探讨几种证明方法，从而学会熟练运用这些证明方法。同时要善于总结，

在学习《离散数学》的过程，对概念的理解是学习的重中之重。一般来说，由于这些概念（定义）非常抽象（学习《线性代数》时会有这样的经历），初学者往往不能在脑海中建立起它们与现实世界中客观事物的联系。这往往是《离散数学》学习过程中初学者要面临的第一个困难，他们觉得不容易进入学习的状态。因此一开始必须准确、全面、完整地记住并理解所有的定义和定理。具体做法是在进行完一章的学习后，用专门的时间对该章包括的定义与定理实施强记。只有这样才可能本课程的抽象能够适应，并为后续学习打下良好的基础。

学数学就要做数学，《离散数学》的学习也不例外。学习数学不仅限于学习数学知识，更重要的还在于学习数学思维方法。要做到这一点，学习者将要面临的第二个困难是需要花费大量的时间做课后习题。但是切记离散数学的题目数量自然是无穷无尽的，但题目的种类却很有限。尤其是在命题证明的过程中，最重要的是要掌握证明的思路和方法。解离散数学的题，方法是非常重要的，如果拿到一道题，立即能够看出它所属的类型及关联的知识点，就不难选用正确的方法将其解决，反之则事倍功半。例如在命题逻辑部分，无非是这么几种题目：将自然语言表述的命题符号化，等价命题的相互转化（包括化为主合取范式与主析取范式），以给出的若干命题为前提进行推理和证明。相应的对策也马上就可以提出来。以推理题为例，主要是利用P、T规则，加上蕴涵和等价公式表，由给定的前提出发进行推演，或根据题目特点采用真值表法、CP规则和反证法。由此可见，在平常学习中，要善于总结和归纳，仔细体会题目类型和此类题目的解题套路。如此多作练习，则即使遇到比较陌生的题也可以较快地领悟其本质，从而轻松解出。

因此，只要肯下功夫，人人都能有扎实的基础，拥有足够的数学知识，特别是能大大提高本身的逻辑推理能力、抽象思维能力和形式化思维能力，从而今后在学习任何一门计算机科学的专业主干课程时，都不会遇上任何思维理解上的困难。

**33.《离散数学》的考试题型有哪些？**

**答**：

考试旨在测试学生对《离散数学》的基础知识、基本方法的掌握情况，以及在解决具体问题时使用这些知识的能力。因此《离散数学》的考试题型可分为下列几种类型：1）基础题：主要涉及基本概念、基本理论、重要性质和结论、公式及其简单计算，目的是考查学生对它们的掌握，以及对它们的简单运用，如填空题、选择题、是非判断题等等。2）定理和性质应用题：主要考查应用概念、性质、定理及主要结论进行逻辑推理的能力。这些问题一般只涵盖一个或二个知识点，如求范式、数理逻辑的推理题、证明一种关系是等价关系、证明一个代数结构是一个群等等。它是《离散数学》学习和考试中学生们普遍感觉困难的地方，主要体现了《离散数学》方法性强的特点。3、综合题：就是内容涵盖若干个知识点的问题，它是学生感觉最困难的地方。解决这些问题往往需要将若干概念、性质和定理融会贯通，如下列证明题：“设<S，，⊙，′，0，1>是一布尔代数，则关系={<a,b> | a⊙b=a}是S上的偏序关系”，它就将代数结构中的布尔代数与二元关系的知识结合在一起。

编写者编写试题时，往往把试题难度分为四个等级，即易、较易、较难、难，它们的比例分别为：15%、30%、45%、10%。

下面是一份试题样例：

《离散数学》试题

一、选择或填空：

1．设T是一棵树，则T 是（ ）。

（1）连通图 （2）平面图 （3）哈密尔顿图 （4）欧拉图

2．设a是10阶群的生成元， 则a2是（ ）阶元素，a5是（ ）阶元素。

3．一个永真式的主析取范式是（ ）。

4．判断下列命题哪几个正确？（　　　　　）

（1）若A∪B＝A∪C，则B＝C （2）{a，b}={b，a}

（3）P(A∪B)=P(A)∪P(B) （4）若A为非空集，则AA成立。

5．设A∩B=A∩C，A′∩B=A′∩C， 则（　　　　）

6．设T是一棵树，则T是一个连通且（ ）图；　n阶有向完全图的边数是（ ），每个结点的度数是（ ）。

7．举出既是等价关系又是偏序关系的一个集合A上的关系。（　　　　）

8．<H, \*>是<G, \*>的子群的充分必要条件是（ ）和（ ）。

9．设P：我生病，Q：我去学校，则下列命题可符号化为（ ）和（ ）：

（1）当且仅当我生病时，我才不去学校 （2）若我不生病，则我一定去学校。

10．下列公式中哪些是永真式？（　　　）

（1）(P∧Q) →P　　　　　　　（2）(¬P∧Q)→(Q→¬R)

（3）¬Q↔(Q→P) （4）(¬P∧(P∨Q))→¬P

（5）P→ (Q→Q) 　　　　 （6）P→(P∨Q)

11．只有一棵生成树的连通无向图G一定是（ ）。有n个结点的连通无向图G的每一棵生成树的边数是（ ）。

12．群＜A，\*＞的等幂元有（　　　）个，分别是（　　　），零元有（　　　）个。

13．任一有向图中，度数为奇数的结点有（　　　）个。

14．在有向图中，设它的邻接矩阵为A　，则用A的元素表示结点v的出度deg+(v)为示（ ），入度deg-(v)是（ ）。

15．判断下列命题哪几个为正确？（　　　　）

（1）Ф∈{{Ф}} （2）{Ф，Ф}{Ф，{{Ф}}}

（3）{Ф}∈{Ф，{{Ф}}}　（4）{Ф}{Ф，{{Ф}}} （5） {a, b}∈{a, b, {a}, {b}}

16．设无向图G中有孤立结点，则G（　　　　）。

（1）G一定是欧拉图　　 （2）G一定不是欧拉图

（3）G一定是哈密尔顿图　　（4）G一定不是哈密尔顿图

17．设A={2，4，6}，A上的二元运算\*定义为：a\*b=max{a，b}，则在独异点<A，\*>中，单位元是（ ），零元是（ ）。

18．具有6 个顶点，12条边的连通简单平面图中，每个面都是由（　　）条边围成？

（1）2　　（2）4　　（3）3　　（4）5

19．设有向图G=<V, E>, V={v1, v2, v3, v4, v5}, E={<v2, v1>, <v3, v1>, <v3, v2>, <v4, v3 >, <v5, v4>}, 则图G是（　　　　）。

 （1）强连通的　（2）弱连通的　（3）单向连通的　　（4）不连通的

20．素数阶群一定是（ ）群, 它的生成元是（ ）。

二、A，B，C是三个集合，证明：

（1）A-(B∪C)＝(A-B)-C　 （2）(A-B)∩(A-C)=A-(B∪C)

三、求下列各公式的主析取范式和主合取范式：

（1）(P∨¬Q)→R　　（2）P→(Q→¬R)

四、证明：

（1）¬ P→¬ Q，¬P→R，R→¬ S├ S→¬Q

（2）P→(Q→R)├ (P→Q)→(P→R)

（3）P→(¬Q→R)，Q→¬P, S→R, P├ ¬S

五、证明:

（1）设G=<V，E>是一个连通且|V|=|E|+1的图，则G中有一个度为1的结点。

（2）若群＜G，\*＞的子群＜H，\*＞满足|G|＝2|H|，则＜H，\*＞一定是群＜G，\*＞的正规子群。

（3）设在群＜G，\*＞中，对任一个元素a都有a\*a＝e（单位元），则＜G，\*＞是阿贝尔群。

（4）有n个人，若任何两人合起来都认识其余n-2个人，证明当n≥3时，这n个人可排成一列，使得除排头排尾两人以外其他任何人都认识其前后邻人。

（5）在一个循环群<G，\*>中，若G中的元素a是<G，\*>的生成元，则a-1也是<G，\*>的生成元。

从中可以看出，这份样卷中基本上体现出了上面所说明的原则。第一大题是基础题，第二、三、四大题和第五大题的大多数小题都是定理和性质应用题，第五大题的部分小题都是综合题。除了综合题比较有难度之外，只要很好地掌握了《离散数学》的基本知识，其它题都是不难解决的。

**34. 在《离散数学》的证明题中，常用的证明方法是哪些？**

**答：**

数学推理是学习数学中不可避免的。证明的过程往往表现为一系列的推理，也就是把新的命题（论题）与已确定的有关命题和概念（论据）关联起来，通过对它们的重新组织，运用一系列的推理形式而使新命题结论的真实性得以确立的过程。

《离散数学》的证明题是非常之多的，但是题目的种类却很有限，而且方法性是很强的。如果知道一道题用什么方法讲明，则很容易可以证出来，否则就会事倍功半。所以在学习过程中，我们不能仅以看懂证明为目的，我们更应该了解证明的思路。这样我们才能在解决新问题时才不至于无法下手。

在《离散数学》中证明问题常用的有以下方法：

1）直接证明法

2）反证法

3）构造法

4）数学归纳法

**35．证明过程中的小技巧。**

**答：**

1）许多习题（特别是国外的原版教材中）都是需要去证明（Show, Prove）或验证（Verify）结论。所谓“证明”一个命题需要给出一个推理过程。而“验证”一个命题只需举一个具体例子使该命题为真即可；

2）证明一个命题时，应该考虑个体域中的每一个个体。而验证一个命题时，只需选择满足命题要求的特殊个体就可。所以证明往往以“对任意满足….要求的x…”开始；

如证明一个二元关系是对称关系的形式为：∀x, y∈A，若<x, y>∈R……, <y, x>∈R，即R是对称的；

3）除了比较直观的问题外，一般而言选择什么样的证明方法不是显而易见的，而且同一个问题可能既可以用直接证法证明也可以用反证法等间接证法证明。一般来说，你可以先试着用直接证法往下证，看看能不能证明命题的正确性。如果不能完成任务，也没有关系，你可以试着举出反例否定命题（特别是在证明一个未被证明的猜想的过程中，或者题目本身出错）或者改用间接证法（如反证法、改而证明原命题的逆否命题）证明。前面的直接证法虽然不成功，但所做的一切很有可能会对后面的间接证法带来启发和思路。这时发挥一下你的创造性思维是很有好处的；

4）开始证明时，你往往用你自己的语言重述一下命题中的条件和结论，正确理解它们的意义（比如用等价定义重述相应的概念）。名正则言顺。说不定已知条件和结论之间的推理关系就可以建立了。

如证明集合A=B就是证明A和B互为子集。那么只要证明了A和B互为子集，就A=B。